

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)

Dott. Giovanni Masala – 16 giugno 2017



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{\sqrt{x^2-1}} \cdot \log(x+2)$$

Dominio	$E = (-2, -1) \cup (1, 4]$
Positività	$P = (1, 4)$
Intersezioni	$A = (4; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = (2x+3) \cdot e^{x^2+4}$

Derivata prima	$f' = 2e^{x^2+4} \cdot (2x^2 + 3x + 1) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-1/2; 2e^{17/4}) \quad M(-1; e^5)$ decresce in $(-1, -1/2)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{3-x^2}{x^2}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{6}{x \cdot (x^2 - 3)} \quad E = (-\sqrt{3}, \sqrt{3}) \setminus \{0\}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{18(1-x) \cdot (1+x)}{x^2 \cdot (x^2 - 3)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(\pm 1; \log 2) \quad \text{convessa in } (-1, 1) \setminus \{0\}$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{3x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5}{4x \cdot (x^2 - 8x + 7)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{0, 1, 7\}$
As. verticali	$x = 0, x = 1, x = 7$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = \frac{9}{2} + \frac{3}{4}x$

Domande teoriche

- 1) Definizione e proprietà delle funzioni continue (punti 3)
- 2) La definizione di limite nel caso c e l infiniti (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^4 \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot \log(x-1) dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$ $\frac{28}{3} \approx 9,33$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{3}\log(x-1) - \frac{1}{18}x \cdot (2x^2 + 3x + 6 - 6x^2 \cdot \log(x-1)) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 2y + 4z = k \\ x + 3y + k \cdot z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	Indeterminato $\forall k \in \mathbb{R}$
Soluzioni	$k \neq 6 \rightarrow x \in \mathbb{R}; y = \frac{(4-k^2) \cdot x + k^2 - 8}{2k-12}; z = \frac{(3k-2) \cdot x - 3k + 4}{2k-12}$ $k = 6 \rightarrow x = \frac{7}{8}; y = \frac{3-16z}{8}; z \in \mathbb{R}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - x \cdot y + 3x - 4y + 5$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 3y = 3$

Derivate parziali	$f_x = 8x - y + 3 \quad f_y = -x - 4$
Estremi liberi	$S(-4; -29) \quad z = 57 \quad H = -1$
Estremi vincolati	$m(-1/2; 4/3) \quad \lambda = -\frac{7}{6} \quad z = -\frac{1}{6}$ $H = -84$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4)
- 4) Condizione affinché un sistema lineare abbia una soluzione unica (punti 3)
- 5) Il metodo della lagrangiana nell'ottimizzazione vincolata (punti 3)

Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.

Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.